

Satz zur Extremwertberechnung

Sei $f(x)$ eine mindestens zweimal differenzierbare Funktion auf einem Intervall $\mathcal{I} \subseteq \mathbb{J}$. Dann gilt:

- a) $f'(x_E) = 0$ und $f''(x_E) < 0 \rightarrow$ relatives Maximum bei x_E
 b) $f'(x_E) = 0$ und $f''(x_E) > 0 \rightarrow$ relatives Minimum bei x_E

Satz zur Berechnung einer Wendestelle

Sei $f(x)$ eine mindestens dreimal differenzierbare Funktion auf einem Intervall $\mathcal{I} \subseteq \mathbb{J}$. Dann gilt:

- $f''(x_W) = 0$ und $f'''(x_W) \neq 0 \rightarrow$ Wendestelle bei x_W

Beachte:

Die jeweiligen Voraussetzungen müssen exakt erfüllt sein; ansonsten ist keine Aussage möglich!

Beispiel: $f(x) = x^3 : f'(0) = 0$ und $f''(0) = 0$; Sattelpunkt bei $(0|0)$
 $f(x) = x^4 : f'(0) = 0$ und $f''(0) = 0$; Minimum bei $(0|0)$

Symmetrie einer Funktion

- Eine Funktion ist symmetrisch zur y -Achse, wenn gilt: $f(-x) = f(x)$
- Eine Funktion ist symmetrisch zum Ursprung (= Nullpunkt), wenn gilt: $f(-x) = -f(x)$

Beachte:

1. Symmetrien zu anderen Geraden oder Punkten werden i. a. nicht untersucht.
2. Nur für Polynomfunktionen gilt:
 Sind die Exponenten der x -Potenzen gerade $\rightarrow y$ -Achsensymmetrie
 Sind die Exponenten der x -Potenzen ungerade \rightarrow Ursprungsymmetrie
 Ein Absolutglied c zählt zu den geraden Hochzahlen wegen $c = c x^0$

Verfahren zur Kurvendiskussion

1. Definitionsbereich: ID = \mathbb{R} (bei Polynomen); sonst: ID = $\mathbb{R} \setminus \{ ? \}$
2. Nullstellen x_0 : $f(x_0) = 0 \Rightarrow x_0$ N ($x_0 | 0$)
3. Ableitungen: $f'(x)$; $f''(x)$; $f'''(x)$
4. Extrema x_E :
 - a) $f'(x_E) = 0 \Rightarrow x_E$
 - \downarrow
 - b) $f''(x_E) < 0$ Max ($x_E |$)
 - $f''(x_E) > 0$ Min ($x_E |$)
 - c) $f(x_E) = y_E$ \uparrow
5. Wendepunkte x_W :
 - a) $f''(x_W) = 0 \Rightarrow x_W$
 - \downarrow
 - b) $f'''(x_W) \neq 0$ W ($x_W |$)
 - c) $f(x_W) = y_W$ \uparrow
6. Grenzverhalten:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
7. Graph